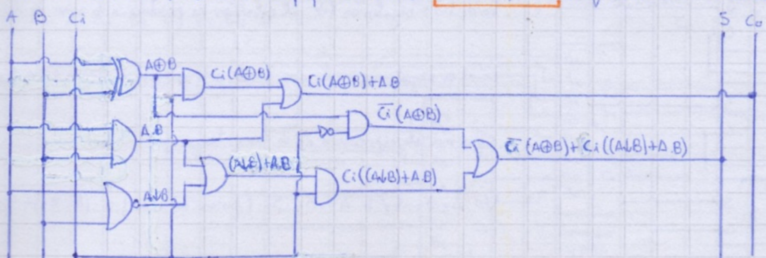
Ejercicio 11:

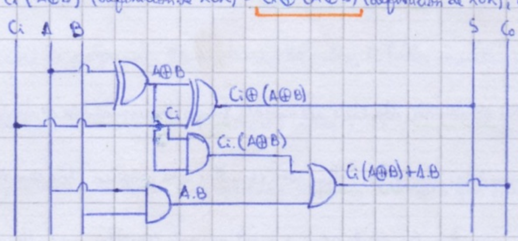
11) a) En base a la tabla de verdad de la consigna, escribo de manera canónica y en forma de función booleana los valores de suma (S) y carry out (C_o) en función de los números de entrada (A y B) y el carry in (C_i): * $S = \overline{A}.\overline{B}.C_i + \overline{A}.B.\overline{C_i} + A.\overline{B}.\overline{C_i} + A.B.C_i = \overline{C_i}(\overline{A}.B + A.\overline{B}) + C_i(\overline{A}\overline{B} + A.B)$ (prop. distributiva) $= \overline{C_i}(A \oplus B) + C_i(\overline{A+B} + A.B)$ (definición de XOR y ley de Morgan) $= \overline{C_i}(A \oplus B) + C_i((A \downarrow B) + A.B)$ (definición de NOR); * $C_o = \overline{A}.B.C_i + A.\overline{B}.C_i + A.B.\overline{C_i} + A.B.C_i = C_i(\overline{A}.B + A.\overline{B}) + (C_i + \overline{C_i}).A.B$ (prop. distributiva) $= C_i(A \oplus B) + A.B$ (definición de XOR e inverso). Con esto queda el circuito:



11) b) Si suponemos que todos los componentes elementales tienen un retardo igual a t, veo que como $S = \overline{C_i}.(A \oplus B) + C_i((A \downarrow B) + A.B)$, en el primer tiempo de retardo t se produce el resultado de $\overline{C_i}$, $A \oplus B$, $A \downarrow B$, $A.B$; para un segundo tiempo de retardo tengo $\overline{C_i}.(A \oplus B)$ y $(A \downarrow B) + A.B$; para un tercero tengo $\overline{C_i}.(A \oplus B)$ y $C_i((A \downarrow B) + A.B)$; para un cuarto tengo $\overline{C_i}.(A \oplus B) + C_i((A \downarrow B) + A.B) = S$ por lo que se produce S con un retardo de 4t.

Por el otro lado, $C_o = C_i(A \oplus B) + A.B$ donde para el primer retardo se generan C_i, $A \oplus B$ y $A.B$; para el segundo se generan $C_i.(A \oplus B)$ y $A.B$; para el tercero se genera $C_i(A \oplus B) + A.B = C_o$, con lo cual C_o se genera con un retardo de 3t. Como tanto S y C_o se generan en simultáneo, para generar todos los resultados tomamos el máximo entre los retardos de ambos, quedando el retardo total del circuito como 4t.

Agregado: Nótese que $S = \overline{C_i}(A \oplus B) + C_i((A \downarrow B) + A.B) = \overline{C_i}(A \oplus B) + C_i(\overline{A+B} + A.B)$ (definición de $\downarrow$) $= \overline{C_i}(A \oplus B) + C_i(\overline{\overline{\overline{A+B}}.\overline{A.B}})$ (ley de Morgan) $= \overline{C_i}(A \oplus B) + C_i(\overline{(A+B).(\overline{A}+\overline{B})})$ (ley de Morgan) $= \overline{C_i}(A \oplus B) + C_i(\overline{A.\overline{A} + A.\overline{B} + \overline{A}.B + B.\overline{B}})$ (distributividad) $= \overline{C_i}(A \oplus B) + C_i(\overline{A.\overline{B} + \overline{A}.B})$ (inverso) $= \overline{C_i}(A \oplus B) + C_i(\overline{A \oplus B})$ (definición de XOR) $= C_i \oplus (A \oplus B)$ (definición de XOR), con lo cual se puede reescribir el circuito como:



En este nuevo circuito $S = C_i \oplus (A \oplus B)$ con lo cual para el primer tiempo de retardo se produce C_i y $A \oplus B$, y para el segundo se produce $C_i \oplus (A \oplus B) = S$ con lo cual S tiene un retardo de 2t. Por otro lado, $C_o = C_i(A \oplus B) + A.B$ y ya vimos que su retardo es de $3t > 2t$, con lo cual el circuito tiene un retardo total de 3t.